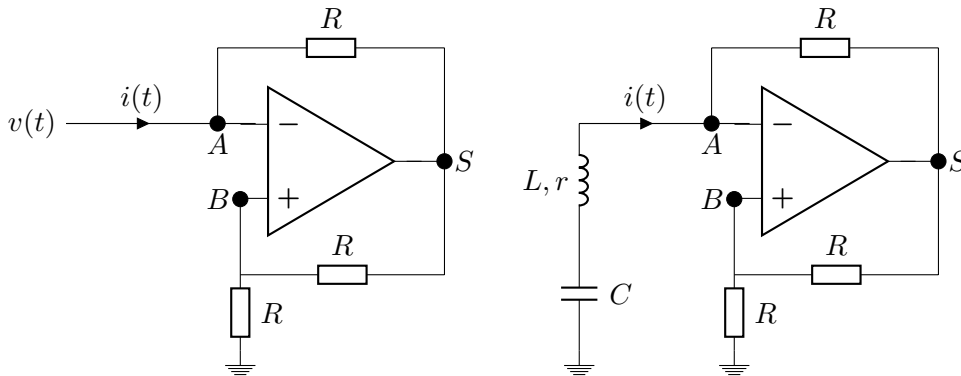


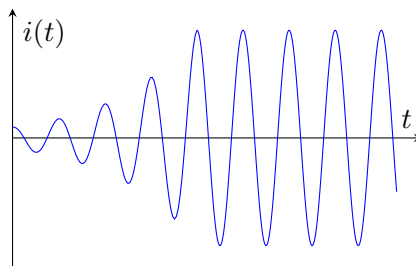
Oscillateur à résistance négative

Énoncé

On considère les montages ci-dessous où l'ALI est idéal. On note V_{sat} et $-V_{sat}$ ses tensions de saturation.



1. Pour le premier montage, donner la relation entre $v(t)$ et $i(t)$ en régime linéaire et en régime de saturation. Quelle est la condition sur $i(t)$ pour être en régime linéaire?
2. Construire le graphe $v = f(i)$. Dans quelle partie le montage est-il équivalent à une résistance négative? Donner une interprétation physique.
3. Pour le second montage, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $i(t)$ en régime linéaire et en régime de saturation.
4. Quelle est la condition sur R pour avoir des oscillations sinusoïdales?
5. Interpréter le signal suivant avec des conditions initiales quasi-nulles. Pourquoi doit-on avoir $r < R$ pour avoir des oscillations quasi-sinusoïdales?

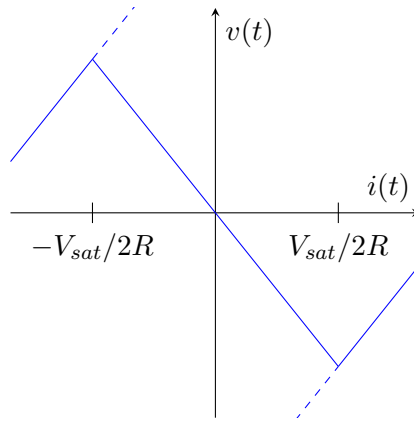


Corrigé

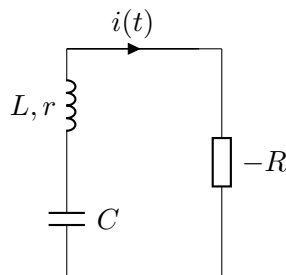
1. L'ALI est idéal donc les courants d'entrée sont nuls. On a alors, en notant i_S le courant de sortie de l'ALI, $v_S = 2R(i + i_S)$. Par ailleurs, on a $v_A - v_S = v - v_S = Ri$. De plus $v_B = R(i + i_S)$. Si on se place en régime linéaire, $v_B = v_A = v$. On a donc $v = v_S/2$ et finalement $v(t) = -Ri(t)$. En régime saturé, on a soit $v_S = -V_{sat}$, soit $v_S = V_{sat}$. Dans le premier cas cela signifie que $v_B - v_A < 0$, soit encore avec les relations établies plus haut, $i(t) > \frac{V_{sat}}{2R}$. On a alors

$v(t) = Ri(t) + V_{sat}$. Dans le second cas, on obtient $i(t) < -\frac{V_{sat}}{2R}$. On a alors $v(t) = Ri(t) - V_{sat}$. C'est donc dans l'intervalle $i(t) = [-\frac{V_{sat}}{2R}, \frac{V_{sat}}{2R}]$ que l'ALI se comporte en régime linéaire.

2. Le graphe $v = f(i)$ est ci-dessous. La partie centrale de la courbe a une pente $-R$. Le montage agit alors comme une résistance négative, c'est-à-dire que l'on peut l'utiliser pour compenser les pertes par effet Joule dans un circuit électrique.



3. Le montage présenté ici est équivalent, grâce aux calculs précédents, à un montage RLC simple, schématisé ci-dessous.



On appelle u_R , u_r , u_L et u_C les tensions aux bornes des différents éléments du circuit. On a $u_C + u_r + u_L + u_R = 0$ par la loi des mailles. Par ailleurs, $u_r = ri$, $u_R = -Ri$, $u_L = L\frac{di}{dt}$, $i = C\frac{du_C}{dt}$. En dérivant l'expression obtenue par la loi des mailles, on a finalement :

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{r - R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0. \quad (1)$$

4. Pour avoir des oscillations sinusoïdales, il faut avoir une équation harmonique, soit $r = R$.
5. Le bruit dans le circuit est amplifié si $r < R$. On a en effet, à condition que $(r - R)^2/2L < 1/(LC)^2$, un régime pseudo-périodique et $i(t) = A \exp((R - r)t/2L) \cos(\omega t)$ avec

$$\omega = \sqrt{1/LC - (r - R)^2/4L^2}.$$

L'exponentielle amplifie ici car $r > R$. L'amplification sera stoppée lorsque le courant dépassera le domaine du fonctionnement linéaire de l'ALI ce qui limite l'amplitude des oscillations.